Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Buenos Aires

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2023

SEGUNDO PARCIAL - 10/03/2023

Apellido y Nombre: ....
Número de Documento: .... Especialidad:..
TEMA 1

1	2	3	4	5	NOTA

- La duración del examen es de 150 minutos.
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto.

FÓRMULAS:

$$\operatorname{sen}(x \pm y) = \operatorname{sen}(x)\cos(y) \pm \cos(x)\operatorname{sen}(y) \qquad \cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)$$

EJERCICIO 1: Dadas las funciones

$$f : Dom(f) \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R} / f(x) = \sqrt{3x+1} \quad \text{y} \quad g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} / g(x) = x - 3$$

se pide:

(a) Determinar el dominio de f y graficar ambas funciones en un mismo sistema de ejes coordenados.

(b) Resolver

$$\sqrt{3x+1} \geq x - 3$$

EJERCICIO 2: El valor de un bien t años después de adquirido se modeliza mediante una función de la forma

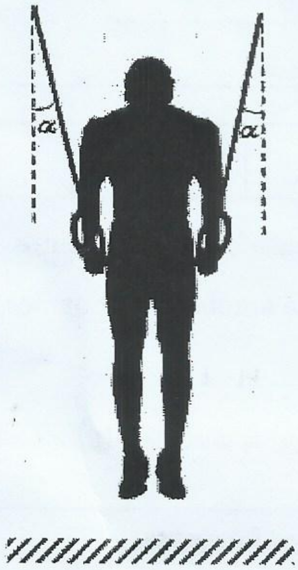
$$v(t) = a\,k^t \quad (a, k \in \mathbb{R}^+)$$

En el instante adquirido su valor fue de 6561 unidades monetarias. Cuatro años después su valor se redujo a 81 unidades monetarias. ¿En qué instante su valor fue de 729 unidades monetarias?

EJERCICIO 3:

(a) Calcular las componentes del vector $\vec{v}$ sabiendo que las mismas son iguales entre sí, la norma del vector $\vec{v}$ es igual a $2\sqrt{2}$ y forma un ángulo de $\alpha = 45°$ con el versor $\check{j}$.

(b) Un atleta realiza un ejercicio de anillas manteniendo su cuerpo suspendido rígidamente en la posición indicada en la figura, que supondremos perfectamente vertical. Si el módulo de su peso es de $600\,N$, el ángulo α mide $10°$ y los cordones de las anillas son inelásticos, calcular la fuerza ejercida por cada cordón de las anillas.



EJERCICIO 4:

(a) Determinar todas las soluciones de la ecuación

$$\cos^2(2x) + 3\,\mathrm{sen}(2x) - 3 = 0$$

que pertenezcan al intervalo $\left[-2\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$.

(b) Se sabe que un rombo tiene $28\,cm$ de perímetro y que la mayor de sus diagonales mide $10\,cm$. Calcular la medida de sus ángulos interiores.

EJERCICIO 5: Desde una altura de $120\,m$ se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con velocidad inicial de $30\,m/s$. Dos segundos después se lanza desde el suelo otro objeto verticalmente hacia arriba con velocidad inicial de $10\,m/s$. Determinar la altura del segundo objeto en el instante en el cual el primer objeto está en su altura máxima. (Se desprecia la resistencia del aire y se considera el módulo de aceleración de la gravedad $|g| = 10\ m/s^2$)

Seminario Universitario	2° parcial Tema L	HOJA N° 1 FECHA 10-3-23

① Dadas las funciones

$$f : D_f \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad / \quad f(x) = \sqrt{3x+1}$$

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad / \quad g(x) = x-3$$

Se pide:

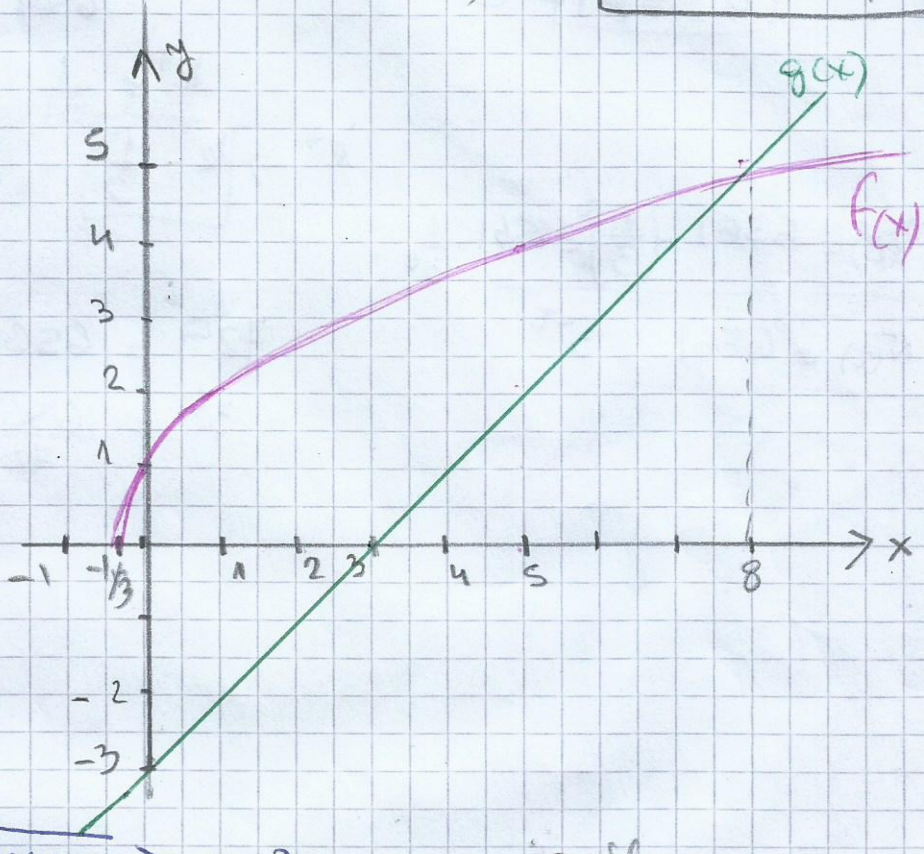
a) Determinar el dominio de f y graficar ambas funciones en un mismo sistema de ejes coordenados

$$f(x) = \sqrt{3x+1} \Rightarrow 3x+1 \geq 0 \rightarrow 3 \geq -\frac{1}{3} \rightarrow \boxed{D_f = [-1/3, +\infty)}$$

$g(x) = x-3$

$f(x) = \sqrt{3x+1}$

x	y
-1/3	0
0	1
1	2
5	4
8	5



b) Resolver $\underbrace{\sqrt{3x+1}}_{f(x)} \geq \underbrace{x-3}_{g(x)}$ → $\overbrace{\text{f sobre g}}^{\text{gráficos}}$

$$\boxed{\left[-\frac{1}{3}, 8\right) = S}$$

NOTA

② El valor de un bien en t años después de adquirido se modeliza mediante la función de forma:

$$V(t) = a k^t \quad (a, k \in \mathbb{R}^+)$$

En el instante adquirido su valor fue de 6561 unidades monetarias. Cuatro años después su valor se redujo a 81 unidades monetarias.
¿En qué instante su valor fue de 729 unidades monetarias?

$V(0) = 6561$

$\underbrace{V(0) = a k^0 = 6561}$

$\boxed{a = 6561}$

$V(4) = 81$

$V(4) = 6561 \cdot k^4 = 81$

$k^4 = \frac{81}{6561}$

$k^4 = \frac{1}{81}$

$k^+ \rightarrow \boxed{k = \frac{1}{3}}$

$V(t) = 729$
$\hookrightarrow t?$

$V(t) = 6561 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^t = 6561 \cdot \frac{1}{3^t}$

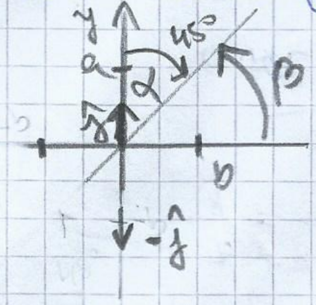
$\boxed{V(t) = 6561 \cdot 3^{-t}}$

$729 = 6561 \cdot 3^{-t}$

$3^t = \frac{6561}{729} = 9 \rightarrow \boxed{t = 2}$

3^2

③ a) Calcular las componentes del vector $\vec{v}$ sabiendo que las mismas son iguales entre sí, la norma del vector $\vec{v}$ es igual a $2\sqrt{2}$ y forma un ángulo de $\alpha = 45°$ con el versor $\hat{j}$



$|\vec{v}| = 2\sqrt{2}$

polar

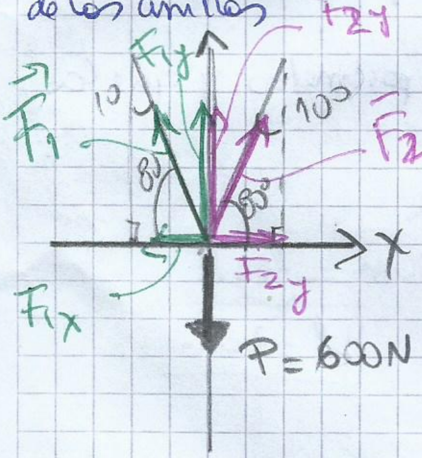
si $\alpha = 45° \Rightarrow \beta = 45°$ $\quad \vec{v} = (2\sqrt{2}, 45°)$

$v_x = 2\sqrt{2}\cos(45°) = 2\sqrt{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 2 = v_y$

$$\boxed{\vec{v} = (2;2)}$$

b) Un atleta realiza un ejercicio de anillas manteniendo su cuerpo suspendido rígidamente en la posición indicada en la fig., que suponemos perfectamente vertical.

Si el módulo de su peso es de 600 N, el ángulo α mide 10° y los cordones de las anillas son inextensos, calcular la fuerza ejercida por cada cordón de las anillas



$\operatorname{sen}(\alpha) = \operatorname{sen}(\pi - \alpha)$

$$\boxed{\Sigma F_x = 0}$$

$F_{1x} = F_{2x}$

$\underbrace{F_1\cos(80) = F_2\cos(80)}$

$F_1 = F_2$

$\Sigma F_y = 0$

$F_{1y} + F_{2y} - P = 0$

$F_1 . \operatorname{sen}(80) + F_2 \underbrace{\operatorname{sen}(100)}_{=\operatorname{sen}(80)} = P$

$2F_1 . \operatorname{sen}(80) = 600\ N \rightarrow \boxed{F_1 = 304{,}6\ N = F_2}$

NOTA

4) a) Determinar todas las soluciones de la ecuación:

$$\cos^2(2x) + 3\,\text{sen}(2x) - 3 = 0$$

que pertenezcan al intervalo $\left[-2\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$

$\cos^2(\alpha) + \text{sen}^2(\alpha) = 1$

$$\longrightarrow 1 - \text{sen}^2(2x) + 3\,\text{sen}(2x) - 3 = 0$$

$$-\text{sen}^2(2x) + 3\,\text{sen}(2x) - 2 = 0$$

$t = \text{sen}(2x)$ $\qquad -t^2 + 3t - 2 = 0 \longrightarrow t_1 = 1,\ t_2 = 2$

$1 = \text{sen}(2x) \longrightarrow 2x = \arcsin(1) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$2 = \text{sen}(2x) \longrightarrow \nexists\, x$

$2x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \longrightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{4} + k\pi}$

$k \in \mathbb{Z}$

k	x
-3	~~-2,75 π~~
-2	-1,75 π
-1	-0,75 π
0	0,25 π
1	1,25 π
2	~~2,25 π~~
3	

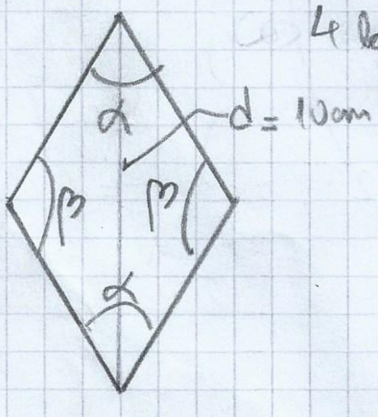
$$\boxed{S = \left\{-\frac{7}{4}\pi, -\frac{3}{4}\pi, \frac{\pi}{4}, \frac{5}{4}\pi\right\}}$$

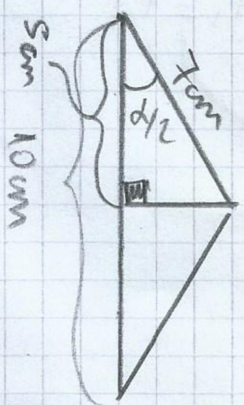
b) Se sabe que un rombo tiene 28 cm de perímetro y que la mayor de sus diagonales mide 10 cm.

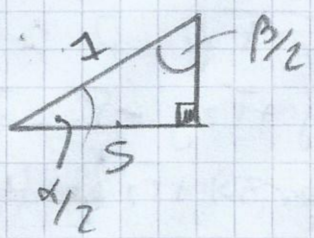
Calcular la medida de sus ángulos interiores

4 lados iguales $\rightarrow P = 28\text{cm} = 4 \cdot l$

$\boxed{l = 7\text{cm}}$







t. Seno $= \frac{7}{\text{sen}(90)} = \frac{5}{\text{sen}\,\beta/2}$

$\text{sen}(\beta/2) = \frac{5}{7} \cdot \underbrace{\text{sen}\,90}_{1} =$

$\beta/2 = 45{,}58°$

$\boxed{\beta = 91{,}16°}$

$\boxed{\alpha = 88{,}84°}$

$\Sigma\ \alpha + \alpha + \beta + \beta = 360$

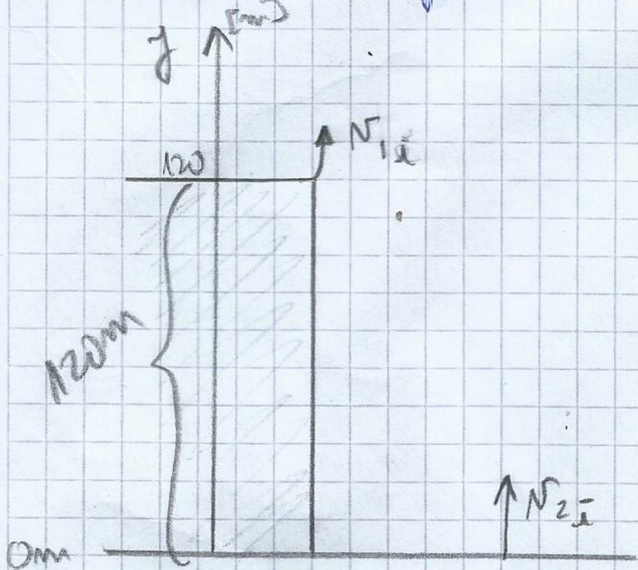
NOTA

Seminario Universitario	2° parcial	tema 1	HOJA N° 3 FECHA 10-3-23

(5) Desde una altura de 120 m se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con $v_0 = 30\,m/s$.
Dos segundos después se lanza, desde el suelo, otro objeto hacia arriba con $v_0 = 10\,m/s$.

Determinar la altura del segundo objeto en el instante en el cual el primer objeto está en su altura máxima.

(Se desprecia la resistencia del aire y se considera el módulo de aceleración de la gravedad $|g| = 10\,m/seg^2$)



$v_{1i} = 30\,m/s \qquad y_{1i} = 120\,m$

$$\boxed{y_1(t) = 120\,m + 30\,\frac{m}{s}\,t - 5\,\frac{m}{s^2}\,t^2}$$

$v_{2i} = 10\,m/seg \qquad y_{2i} = 0\,m$

→ se lanza 2 seg después → $t-2$

$$\boxed{y_2(t) = 10\,\frac{m}{seg}(t-2) - 5\,\frac{m}{seg^2}(t-2)^2}$$

$y_1\,máx \rightarrow v = 0\,m/s \qquad a = \frac{v_f - v_i}{t} \rightarrow t = \frac{v_f - v_i}{a}$

$$t_{H\,máx} = \frac{(0-30)\,m/s}{-10\,m/seg^2} = \boxed{3\,seg = t_{H\,máx\,1}}$$

$$y_2(3) = 10\,\frac{m}{seg}\,(3-2)\,seg - 5\,\frac{m}{seg^2}\,(3-2)^2\,seg^2 = 5\,m$$

$$\boxed{y_2(3) = 5\,m}$$

NOTA